

1 Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej a i dla każdej liczby rzeczywistej b wartość wyrażenia $(2a + b)^2 - (2a - b)^2$ jest równa wartości wyrażenia

- A. $8a^2$ B. $8ab$ C. $-8ab$ D. $2b^2$

2 Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $n^2 + (n + 1)^2 + (n + 2)^2$ przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2.**3** Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(\frac{1}{16}\right)^8 \cdot 8^{16}$ jest równa

- A. 2^{24} B. 2^{16} C. 2^{12} D. 2^8

4 W chwili początkowej ($t = 0$) masa substancji jest równa 4 gramom. Wskutek rozpadu cząsteczek tej substancji jej masa się zmniejsza. Po każdej kolejnej dobie ubywa 19% masy, jaka była na koniec doby poprzedniej. Dla każdej liczby całkowitej $t \geq 0$ funkcja $m(t)$ określa masę substancji w gramach po t pełnych dobach (czas liczymy od chwili początkowej).

Wyznacz wzór funkcji $m(t)$. Oblicz, po ilu pełnych dobach masa tej substancji będzie po raz pierwszy mniejsza od 1, 5 grama.

Zapisz obliczenia.

5 Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , dane są proste k oraz l o równaniach

$$k: y = \frac{1}{3}x - 1$$

$$l: y = -3x + 6$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l

- A. nie mają punktów wspólnych. C. przecinają się w punkcie $P = (0, -1)$.
B. są prostopadłe. D. się pokrywają.

6 Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_9 27 + \log_9 3$ jest równa

- A. 81 B. 9 C. 4 D. 2

- 7** Czas T półtrwania leku w organizmie to czas, po którym masa leku w organizmie zmniejsza się o połowę – po przyjęciu jednorazowej dawki.

Przyjmij, że po przyjęciu jednej dawki masa m leku w organizmie zmienia się w czasie zgodnie z zależnością wykładniczą

$$m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

gdzie:

m_0 – masa przyjętej dawki leku

T – czas półtrwania leku

t – czas liczony od momentu przyjęcia dawki.

W przypadku przyjęcia kilku(nastu) dawek powyższa zależność pozwala obliczyć, ile leku pozostało w danym momencie w organizmie z każdej poprzednio przyjętej dawki. W ten sposób obliczone masy leku z przyjętych poprzednich dawek sumują się i dają informację o całkowitej aktualnej masie leku w organizmie.

Pacjent otrzymuje co 4 dni o tej samej godzinie dawkę $m_0 = 100$ mg leku L. Czas półtrwania tego leku w organizmie jest równy $T = 4$ doby.

Oblicz masę leku L w organizmie tego pacjenta tuż przed przyjęciem jedenastej dawki tego leku.

Wynik podaj w zaokrągleniu do 0,1 mg.

Zapisz obliczenia.

- 8** Na loterii stosunek liczby losów wygrywających do liczby losów przegrywających jest równy 2 : 7. Zakupiono jeden los z tej loterii.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że zakupiony los jest wygrywający, jest równe

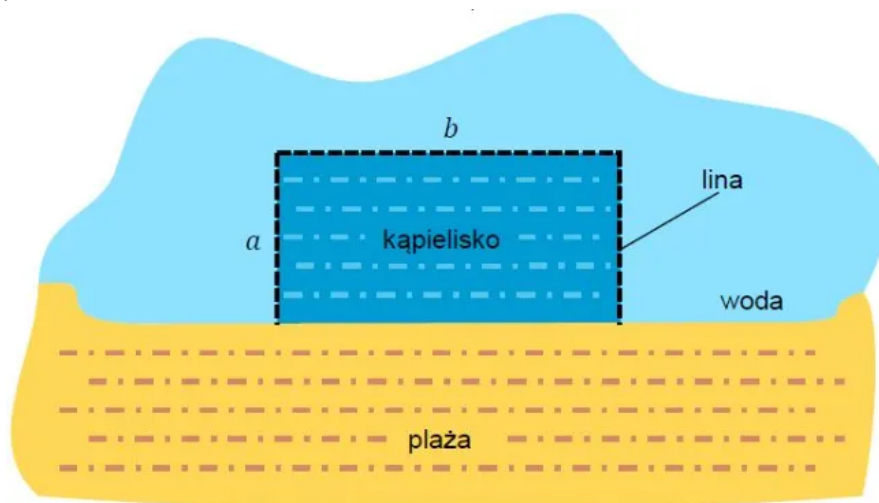
A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{9}$

D. $\frac{2}{7}$

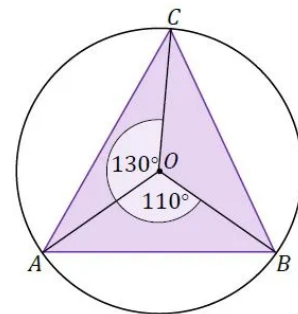
- 9** Do wyznaczenia trzech boków pewnego kąpieliska w kształcie prostokąta należy użyć liny o długości 200 m. Czwarty bok tego kąpieliska będzie pokrywał się z brzegiem plaży, który w tym miejscu jest linią prostą (zobacz rysunek).



Oblicz wymiary a i b kąpieliska tak, aby jego powierzchnia była największa.

Zapisz obliczenia.

- 10** Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku O (zobacz rysunek). Ponadto $|\angle AOC| = 130^\circ$ oraz $|\angle BOA| = 110^\circ$.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta wewnętrznego BAC trójkąta ABC jest równa

- A. 60° B. 55° C. 50° D. 65°

- 11** Pięciowyrazowy ciąg $\left(-3, \frac{1}{2}, x, y, 11\right)$ jest arytmetyczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczby x oraz y są równe

- A. $x = 4$ oraz $y = \frac{15}{2}$. C. $x = -4$ oraz $y = \frac{15}{2}$.
B. $x = \frac{15}{2}$ oraz $y = 4$. D. $x = -\frac{15}{2}$ oraz $y = 4$.

- 12** Dana jest nierówność

$$2 - \frac{x}{2} \geq \frac{x}{3} - 3$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

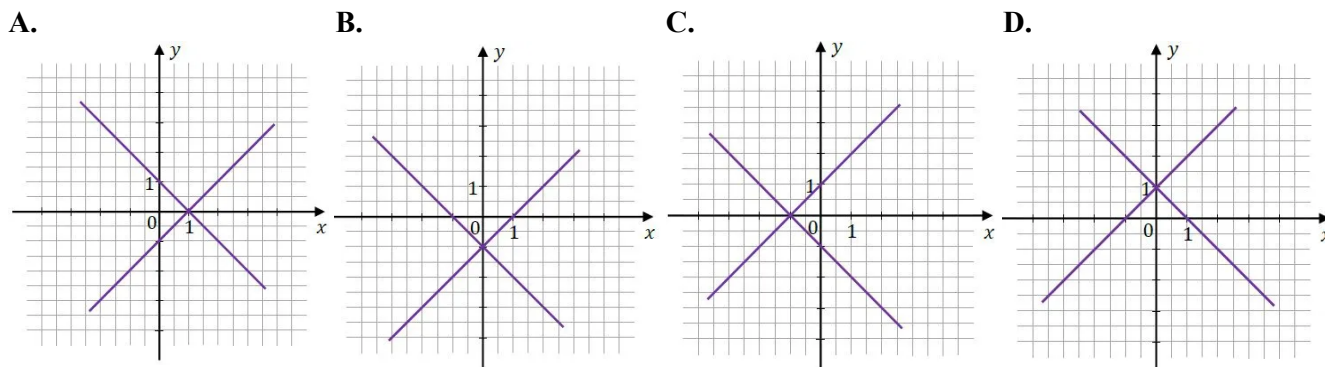
Największą liczbą całkowitą, która spełnia tę nierówność, jest

- A. 6 B. 5 C. 7 D. (-6)

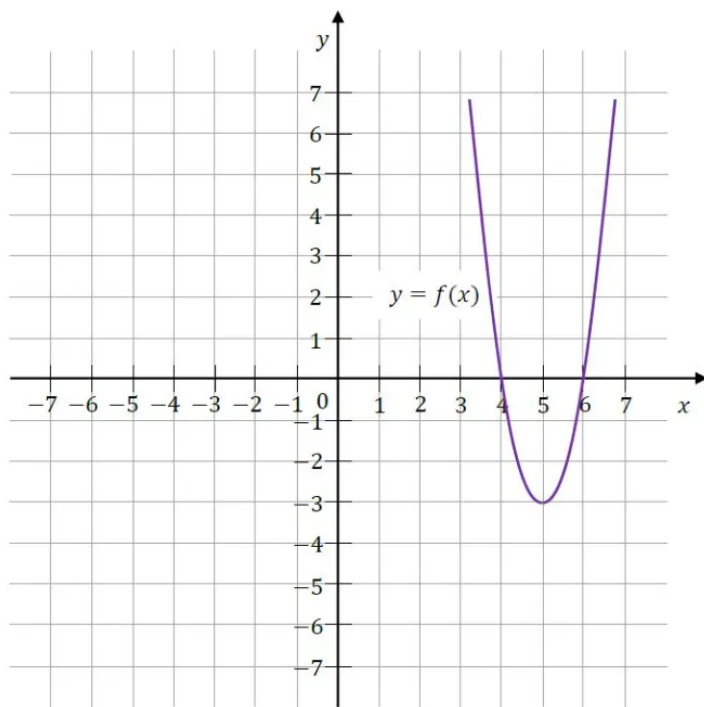
- 13** Dany jest układ równań

$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -x + 1 \end{cases}$$

Na którym z rysunków A–D przedstawiona jest interpretacja geometryczna tego układu równań? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.



- 14 W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f , ma współrzędne $(5, -3)$. Jeden z punktów przecięcia paraboli z osią Ox układu współrzędnych ma współrzędne $(4, 0)$.



Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci kanonicznej.
Zapisz obliczenia.

- 15 Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(5 \cdot 5^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}$ jest równa

- A. $\sqrt[6]{5}$ B. $\sqrt[3]{25}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt[3]{5}$

- 16 Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{7^n}{21}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

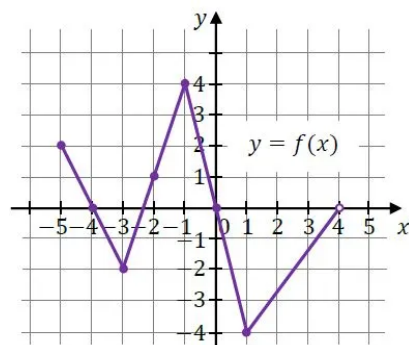
Pięćdziesiątym wyrazem ciągu (a_n) jest

- A. $\frac{7^{49}}{3}$ B. $\frac{5^{50}}{3}$ C. $\frac{7^{51}}{3}$ D. $\frac{7^{52}}{3}$

- 17 Na rysunku, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , przedstawiono wykres funkcji f określonej dla każdego $x \in \langle -5, 4 \rangle$. Na tym wykresie zaznaczono punkty o współrzędnych całkowitych.

Zapisz w wy kropkowanym miejscu zbiór wartości funkcji f .

.....



18 Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie

$$\frac{(x^2 + x)(x + 3)(x - 1)}{x^2 - 1} = 0$$

ma w zbiorze liczb rzeczywistych dokładnie

A. jedno rozwiązanie: $x = -3$.

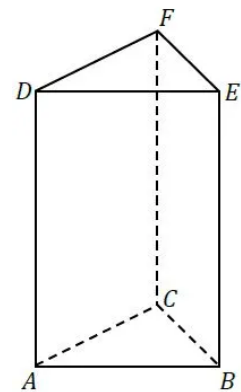
B. dwa rozwiązania: $x = -3, x = 0$.

C. trzy rozwiązania: $x = -3, x = -1, x = 0$.

D. cztery rozwiązania: $x = -3, x = -1, x = 0, x = 1$.

19 Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny $ABCDEF$ (zobacz rysunek obok).

Na którym z rysunków prawidłowo narysowano, oznaczono i podpisano kąt α pomiędzy ścianą boczną $ACFD$ i przekątną AE ściany bocznej $ABED$ tego graniastosłupa? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

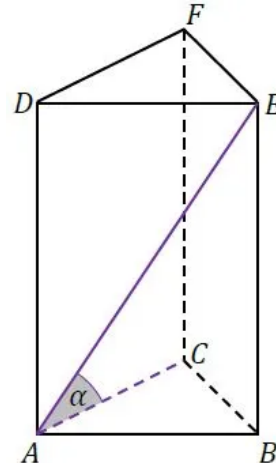
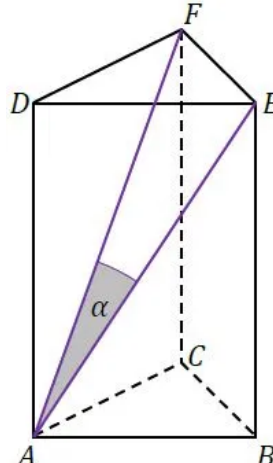
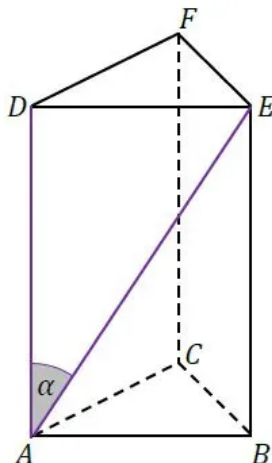
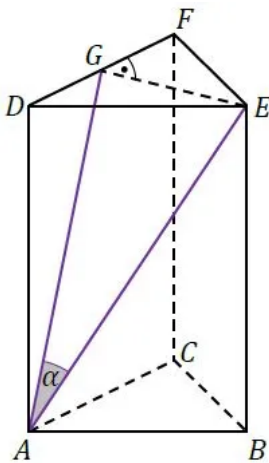


A. $\alpha = \angle EAG$

B. $\alpha = \angle EAD$

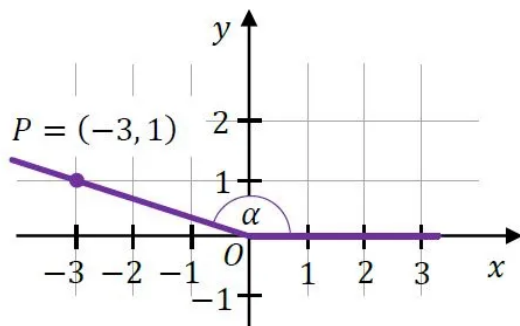
C. $\alpha = \angle EAF$

D. $\alpha = \angle EAC$



20 W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) zaznaczono kąt α o wierzchołku w punkcie $O = (0, 0)$.

Jedno z ramion tego kąta pokrywa się z dodatnią półosią Ox , a drugie przechodzi przez punkt $P = (-3, 1)$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{1}{\sqrt{10}}$

B. $\left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$

C. $\left(-\frac{3}{1}\right)$

D. $\left(-\frac{1}{3}\right)$

21 Trzywyrazowy ciąg $(27, 9, a - 1)$ jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba a jest równa

A. 3

B. 0

C. 4

D. 2